

Vorbemerkungen zu allen Übungsaufgaben:

Die Teilnehmer des Physik-Vorkurses bringen unterschiedliche Vorkenntnisse und Zielsetzungen mit. Vor diesem Hintergrund decken die Übungsaufgaben bewusst ein breites Spektrum ab und sind eher umfangreich gestaltet, so dass jeder Teilnehmer/in seine/ihre persönliche Auswahl treffen kann und soll. Falls Ihnen die Präsenz-Bearbeitungszeit nicht genügt, so lassen Sie z.B. die mit einem Stern (*) gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben (zunächst) weg.

Zur Selbstkontrolle mag Folgendes dienen: um an der Veranstaltung „Physik 1“ teilzunehmen, sollten Sie den überwiegenden Teil der Aufgaben bearbeiten können (vor allem diejenigen mit dem elementaren mathematischen Handwerkszeug wie Potenzregeln, Logarithmus, Umformungen, Vektorrechnung, Differenzieren und Integrieren). Hierbei ist es besonders wichtig, dass Sie die Techniken sicher beherrschen und sich auf Ihre eigenen Ergebnisse verlassen können. Wie viel Zeit Sie dafür benötigen, ist weniger wichtig.

Aufgabe 1: Elementare Funktionen

Geben Sie für folgende Funktionen den Definitions- und Wertebereich an. Diskutieren Sie Symmetrie und asymptotisches Verhalten. Skizzieren Sie die Funktionen.

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = x^2$ | b) $f(x) = e^{-x}$ |
| c) $f(x) = e^{-x^2}$ | d) $f(x) = \ln(x)$ |
| e) $f(x) = \sqrt{x}$ | f) $f(x) = \frac{1}{x}$ |

Aufgabe 2: Symmetrie

Sind folgende Funktionen gerade oder ungerade?

- | | |
|--|---|
| a) $f(x) = 3x^3 + 7x^2 + \frac{1}{2}x$ | b) $f(x) = \frac{4x^6 + 16x^2}{x^2 + 4}$ |
| c) $f(x) = -\frac{7}{x}$ | d) $f(x) = e^{-15x^2 + \frac{1}{2}}$ |
| e) $f(x) = \sqrt{x+1}$ | f) $f(x) = \sqrt{27+x^2}$ |
| g) $f(x) = x^2(2+x) - 4x^2$ | h) $f(x) = \exp\left(\frac{1}{5}x\right)$ |
| i) $f(x) = x^2 e^{- x }$ | |

Aufgabe 3: Verkettung von Funktionen

Bilden Sie die Funktionen $f(x) = u[v(x)]$ und $g(x) = v[u(x)]$.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| a) $u(x) = 2 + 5x$ $v(x) = 2 - 3x$ | b) $u(x) = 2 + x$ $v(x) = x^2$ |
| c) $u(x) = 1 - x^2$ $v(x) = (1 - x)^2$ | d) $u(x) = e^x$ $v(x) = x^2$ |
| e) $u(x) = \frac{1}{4+x^2}$ $v(x) = \frac{2}{x}$ | f) $u(x) = 1 + x^3$ $v(x) = 2 \ln(x)$ |
| g) $u(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ $v(x) = \frac{4}{x}$ | |

Aufgabe 4: Umkehrfunktion

Bilden Sie die Umkehrfunktion $\bar{f}(y)$ zu

$$f(x) = \frac{1}{1-x}.$$

Diskutieren Sie den Definitions- und Wertebereich. Vergleichen Sie \bar{f} mit $f \circ f$.

Aufgabe 5: Ganzrationale Funktionen

Diskutieren Sie die Symmetrie, das asymptotische Verhalten, sowie Null- und Polstellen der folgenden Funktion:

$$f(x) = \frac{(9+x)(5-x)(x+2)}{(x+1)(3-x)}$$

Aufgabe 6: Gleichungen

Lösen Sie folgende Gleichungen nach x auf:

- a) $20x^2 + 5x = 0$ b) $x^2 + 2x + 1 = 0$ c) $\frac{1}{4}(4x + 8) = \frac{2}{3}(6x - 15)$
d*) $x(x - 5) = 2(1 - 2x)$ e) $2 + 2x = \frac{x+1}{x-1}$ f*) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$
g) $2x + \sqrt{25 - x^2} = 0$ h*) $\sqrt{4x+9} - \sqrt{3x-5} = 2$ i*) $3^{2x-1} = 3^{3x+5}$
j) $12 \cdot 3^{2x-3} \cdot 2^{x-3} = 6^{x-1}$

Aufgabe 7*: Lineare Gleichungssysteme

Lösen Sie folgende Gleichungssysteme:

- a) $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 8y = 11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y + 4z = 5 \\ 5x + 2y - 10z = 7 \\ 12x - 9y - 8z = 11 \end{cases}$

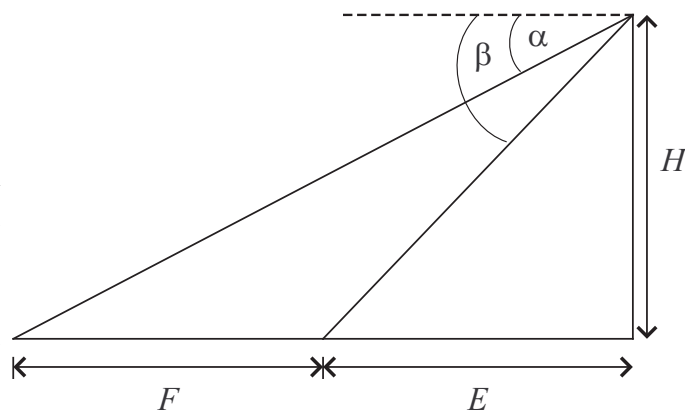
Aufgabe 8*: Schnittwinkel von Geraden

Bestimmen Sie den Schnittwinkel der beiden Geraden

$$f(x) = -2x + 5 \quad \text{und} \quad g(x) = \frac{3}{2}x + 1.$$

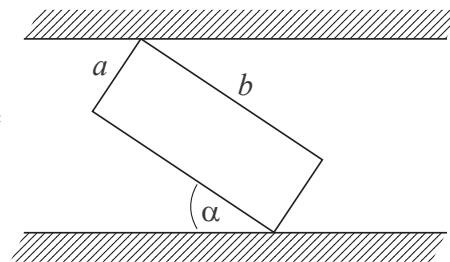
Aufgabe 9: Trigonometrie

Ein Turm der Höhe $H = 30$ m steht in der Entfernung E von einem Fluss der Breite F entfernt. Eine Person auf dem Turm blickt auf den Fluss. Sie sieht das entfernte Ufer unter einem Tiefenwinkel von $\alpha = 14^\circ$ und das nahe liegende Ufer unter einem Tiefenwinkel von $\beta = 30^\circ$. Wie breit ist der Fluss und wie weit ist er vom Turm entfernt?



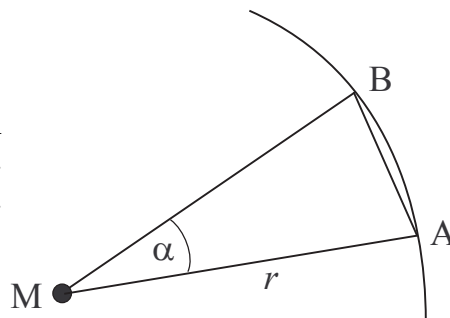
Aufgabe 10: Trigonometrie

Eine rechteckige Kiste mit den Kantenlängen $a = 1,60$ m und $b = 3,10$ m blockiert eine Durchfahrt. Wie breit ist die Durchfahrt, wenn $\alpha = 28^\circ$ ist?



Aufgabe 11: Flächen von Dreiecken

Wir betrachten einen Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r , in dem das Dreieck MAB liegt. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks. Benutzen Sie diese Formel um den Flächeninhalt eines regelmäßigen n -Ecks, das in dem Kreis liegt, auszurechnen.



Aufgabe 12: Additionstheoreme

Benutzen Sie die Additionstheoreme

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \quad \text{und} \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

um folgende Beziehung zu zeigen:

$$\sin(4\alpha) = 4(\sin \alpha \cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha \cos \alpha) .$$

Aufgabe 13*: Sinus- und Kosinussatz

Berechnen Sie (mit dem Sinus- und Kosinussatz) die fehlenden Seiten und Winkel im Dreieck:

- | | | | |
|-----|--------------|--------------|------------------------|
| a) | $a = 4,6$ cm | $b = 6,4$ cm | $\beta = 33^\circ$ |
| b) | $b = 2,6$ cm | $c = 3,5$ cm | $\alpha = 147,5^\circ$ |
| c*) | $a = 86$ mm | $b = 5$ cm | $c = 6,1$ cm |